

МИНОБРНАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
«Новосибирский национальный исследовательский государственный университет»
(Новосибирский государственный университет, НГУ)
**Структурное подразделение Новосибирского государственного университета –
Специализированный учебно-научный центр Университета (СУНЦ НГУ)**
Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

СОГЛАСОВАНО Заместитель директора по УР  (Петровская О.В.) 23 ноября 2023 г.	УТВЕРЖДЕНО На заседании ученого совета СУНЦ НГУ Протокол № 48 от 23 ноября 2023 г.	УТВЕРЖДАЮ Директор СУНЦ НГУ  (Некрасова Л.А.) 23 ноября 2023 г.
---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	------------------------------------------------------------------------------------------------	----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

учебного предмета «Математика» (Углубленный уровень)

для 10-11 классов среднего общего образования,
трехгодичный поток, физико-математический профиль

Заведующий кафедрой математических наук

Миронов Андрей Евгеньевич, д.ф.-м.н., чл.корр РАН



Новосибирск 2023

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Настоящая рабочая программа по математике составлена на основании следующих нормативно-правовых документов:

1. Федеральным законом от 29.12.2012 № 273-ФЗ «Об образовании в Российской Федерации»;
2. ФГОС среднего общего образования, утвержденным приказом Минобрнауки от 17.05.2012 № 413, с изменениями приказом от 12.08.2022 № 732 (далее – ФГОС СОО);
3. Федеральной образовательной программой среднего общего образования, утвержденной приказом Минпросвещения России от 23.11.2022 № 1014
4. Положением о СУНЦ НГУ, утверждённым приказом ректора НГУ от 25.12.2020 №278-3
5. «Концепции развития математического образования в Российской Федерации»

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА УЧЕБНОГО ПРЕДМЕТА «МАТЕМАТИКА»

Рабочая программа по учебному предмету «Математика» углублённого уровня для обучающихся 10—11 классов физико-математического профиля трехгодичного потока СУНЦ НГУ разработана с учётом современных мировых требований, предъявляемых к математическому образованию, и традиций российского образования. Реализация программы обеспечивает овладение ключевыми компетенциями, составляющими основу для саморазвития и непрерывного образования, целостность общекультурного, личностного и познавательного развития личности обучающихся.

Математическое образование должно, в частности, решать задачу обеспечения необходимого стране числа выпускников, математическая подготовка которых достаточна для продолжения образования по различным направлениям, включая преподавание математики, математические исследования, работу в сфере информационных технологий и др., а также обеспечения для каждого обучающегося возможности достижения математической подготовки в соответствии с необходимым ему уровнем. Именно на решение этих задач нацелена рабочая программа СУНЦ НГУ углублённого уровня для физико-математических классов трехгодичного потока.

В эпоху цифровой трансформации всех сфер человеческой деятельности невозможно стать образованным современным человеком без хорошей математической подготовки. Это обусловлено тем, что в наши дни растёт число специальностей, связанных с непосредственным применением математики: и в сфере экономики, и в бизнесе, и в технологических областях, и даже в гуманитарных сферах. Таким образом, круг обучающихся, для которых математика становится значимым предметом, фундаментом образования, существенно расширяется. В него входят не только обучающиеся, планирующие заниматься творческой и исследовательской работой в области математики, информатики, физики, экономики и в других областях.

Прикладная значимость математики обусловлена тем, что её предметом являются фундаментальные структуры нашего мира: пространственные формы и количественные отношения, функциональные зависимости и категории неопределённости, от простейших, усваиваемых в непосредственном опыте, до сложных, необходимых для развития научных и технологических идей. Без конкретных математических знаний затруднено понимание принципов устройства и использования современной техники, восприятие и интерпретация разнообразной социальной, экономической, политической информации, малоэффективна повседневная практическая деятельность. Во многих сферах профессиональной деятельности требуются умения выполнять расчёты, составлять алгоритмы, применять формулы, проводить геометрические

измерения и построения, читать, обрабатывать, интерпретировать и представлять информацию в виде таблиц, диаграмм и графиков, понимать вероятностный характер случайных событий.

Одновременно с расширением сфер применения математики в современном обществе всё более важным становится математический стиль мышления, проявляющийся в определённых умственных навыках. В процессе изучения математики в арсенал приёмов и методов мышления человека естественным образом включаются индукция и дедукция, обобщение и конкретизация, анализ и синтез, классификация и систематизация, абстрагирование и аналогия. Объекты математических умозаключений, правила их конструирования раскрывают механизм логических построений, способствуют выработке умения формулировать, обосновывать и доказывать суждения, тем самым формируют логический стиль мышления. Ведущая роль принадлежит математике в формировании алгоритмической компоненты мышления и воспитании умений действовать по заданным алгоритмам, совершенствовать известные и конструировать новые. В процессе решения задач — основы для организации учебной деятельности на уроках математики — развиваются творческая и прикладная стороны мышления.

Обучение математике даёт возможность развивать у учащихся точную, рациональную и информативную речь, умение отбирать наиболее подходящие языковые, символические, графические средства для выражения суждений и наглядного их представления.

Необходимым компонентом общей культуры в современном толковании является общее знакомство с методами познания действительности, представление о предмете и методе математики, его отличиях от методов естественных и гуманитарных наук, об особенностях применения математики для решения научных и прикладных задач. Таким образом, математическое образование вносит свой вклад в формирование общей культуры человека.

Изучение математики способствует эстетическому воспитанию человека, пониманию красоты и изящества математических рассуждений, восприятию геометрических форм, усвоению идеи симметрии.

Приоритетными **целями обучения математике в 10–11 классах на углублённом уровне** являются:

- формирование центральных математических понятий (число, величина, геометрическая фигура, переменная, вероятность, функция, производная, интеграл), обеспечивающих преемственность и перспективность математического образования обучающихся;
- подведение обучающихся на доступном для них уровне к осознанию взаимосвязи математики и окружающего мира, пониманию математики как части общей культуры человечества;
- развитие интеллектуальных и творческих способностей обучающихся, познавательной активности, исследовательских умений, критичности мышления, интереса к изучению математики;
- формирование функциональной математической грамотности: умения распознавать математические аспекты в реальных жизненных ситуациях при изучении других учебных предметов, проявления зависимостей и закономерностей, формулировать их на языке математики и создавать математические модели, применять освоенный математический аппарат для решения практико-ориентированных задач, интерпретировать и оценивать полученные результаты.

Основными линиями содержания математики в 10–11 классах углублённого уровня являются: «Числа и вычисления», «Алгебра» («Алгебраические выражения», «Уравнения и неравенства»), «Начала математического анализа», «Геометрия» («Геометрические фигуры и их свойства», «Измерение геометрических величин»), «Вероятность и статистика». Данные линии развиваются параллельно, каждая в соответствии с собственной логикой, однако не независимо одна от другой,

а в тесном контакте и взаимодействии. Кроме этого, их объединяет логическая составляющая, традиционно присущая математике и пронизывающая все математические курсы и содержательные линии. Сформулированное во ФГОС СОО требование «умение оперировать понятиями: определение, аксиома, теорема, следствие, свойство, признак, доказательство, равносильные формулировки, умение формулировать обратное и противоположное утверждение, приводить примеры и контрпримеры, использовать метод математической индукции, проводить доказательные рассуждения при решении задач, оценивать логическую правильность рассуждений» относится ко всем учебным курсам, а формирование логических умений распределяется по всем годам обучения на уровне среднего общего образования.

В соответствии с ФГОС СОО математика является обязательным предметом на данном уровне образования. Настоящей программой по математике предусматривается изучение учебного предмета «Математика» в рамках трёх учебных курсов: «Алгебра и начала математического анализа», «Геометрия», «Вероятность и статистика». Формирование логических умений осуществляется на протяжении всех лет обучения на уровне среднего общего образования, а элементы логики включаются в содержание всех названных выше учебных курсов.

Данная программа обучения математики в 10-11 классе СУНЦ НГУ ориентирована на обучение учащихся на физико-математическом профиле.

Программа обучения по математике в 10-11 классе реализуется через **урочную и внеурочную деятельность** и предполагает их сочетание.

В содержании внеурочной деятельности по математике в 10 -11 классе предполагаются следующие возможные ее виды:

1. Спецкурсы кафедры математики (общеинтеллектуальное направление развития)
 - Элементарная геометрия
 - Параметры
 - Задачи повышенной сложности по стереометрии и планиметрии выпускного характера
 - Нестандартные задачи по математике
 - Олимпиадные задачи по математике
 - Решения задач вступительных испытаний
 - Элементы теории графов
 - Задачи по алгебре и геометрии выпускного характера
 - Основы стереометрии
 - Введение в математическую и компьютерную лингвистику
 - Семинар по геометрии и топологии
 - Введение в дифференциальные уравнения
 - Построение и анализ вычислительных алгоритмов
 - Теорема Абеля в задачах

2. Участие в экскурсиях в научно-исследовательские институты, высшие учебные заведения, музеи, выставочные центры, планетарий, другие организации и посещение научно-популярных лекций ведущих ученых и специалистов (общеинтеллектуальное, общекультурное и социальное направления развития)
3. Участие обучающихся в научно-исследовательской деятельности, подготовка докладов о результатах исследования для представления на школьной секции Международной научной студенческой конференции (общеинтеллектуальное и социальное направления развития)
4. Участие обучающихся в предметных олимпиадах (Открытая олимпиада СУНЦ НГУ, Всероссийская олимпиада школьников по математике, Всесибирская олимпиада школьников по математике и др.) (общеинтеллектуальное направление развития).
5. Участие обучающихся в командно-личных соревнованиях, например, Турнире Городов, Турнире имени Колмогорова и др. (общеинтеллектуальное, общекультурное и социальное направления развития)
6. Чтение книг, просмотр документальных, научно-популярных, художественных, научно-фантастических, фильмов с целью знакомства с теорией, практикой и идеями применения предметных знаний и обсуждение содержания книг и фильмов (духовно-нравственное, общеинтеллектуальное и общекультурное направления развития).
7. Иные виды внеурочной деятельности по Математике.

МЕСТО УЧЕБНОГО ПРЕДМЕТА «МАТЕМАТИКА» В УЧЕБНОМ ПЛАНЕ

В учебном плане СУНЦ НГУ на изучение математики в 10-11 классах физико-математического профиля трехгодичного потока на углублённом уровне отводится 8 учебных часов в неделю (2 часа лекций и 6 часа практических занятий) в течение каждого года обучения, всего 544 учебных часов («Алгебра и начала математического анализа» - 272 учебных часа, «Геометрия» -204 учебных часа, «Вероятность и статистика» - 68 учебных часов.

ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ ПРОГРАММЫ ПО МАТЕМАТИКЕ НА УРОВНЕ СРЕДНЕГО ОБЩЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

Освоение учебного предмета «Математика» должно обеспечивать достижение на уровне среднего общего образования следующих личностных, метапредметных и предметных образовательных результатов:

ЛИЧНОСТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

1) гражданского воспитания:

сформированность гражданской позиции обучающегося как активного и ответственного члена российского общества, представление о математических основах функционирования различных структур, явлений, процедур гражданского общества (выборы, опросы и другое), умение взаимодействовать с социальными институтами в соответствии с их функциями и назначением;

2) патриотического воспитания:

сформированность российской гражданской идентичности, уважения к прошлому и настоящему российской математики, ценностное отношение к достижениям российских математиков и российской математической школы, использование этих достижений в других науках, технологиях, сферах экономики;

3) духовно-нравственного воспитания:

осознание духовных ценностей российского народа, сформированность нравственного сознания, этического поведения, связанного с практическим применением достижений науки и деятельностью учёного, осознание личного вклада в построение устойчивого будущего;

4) эстетического воспитания:

эстетическое отношение к миру, включая эстетику математических закономерностей, объектов, задач, решений, рассуждений, восприимчивость к математическим аспектам различных видов искусства;

5) физического воспитания:

сформированность умения применять математические знания в интересах здорового и безопасного образа жизни, ответственное отношение к своему здоровью (здоровое питание, сбалансированный режим занятий и отдыха, регулярная физическая активность), физическое совершенствование при занятиях спортивно-оздоровительной деятельностью;

6) трудового воспитания:

готовность к труду, осознание ценности трудолюбия, интерес к различным сферам профессиональной деятельности, связанным с математикой и её приложениями, умение совершать осознанный выбор будущей профессии и реализовывать собственные жизненные планы, готовность и способность к математическому образованию и самообразованию на протяжении всей жизни, готовность к активному участию в решении практических задач математической направленности;

7) экологического воспитания:

сформированность экологической культуры, понимание влияния социально-экономических процессов на состояние природной и социальной среды, осознание глобального характера экологических проблем, ориентация на применение математических знаний для решения задач в области окружающей среды, планирование поступков и оценки их возможных последствий для окружающей среды;

8) ценности научного познания:

сформированность мировоззрения, соответствующего современному уровню развития науки и общественной практики, понимание математической науки как сферы человеческой деятельности, этапов её развития и значимости для развития цивилизации, овладение языком математики и математической культурой как средством познания мира, готовность осуществлять проектную и исследовательскую деятельность индивидуально и в группе.

МЕТАПРЕДМЕТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

В результате изучения математики на уровне среднего общего образования у обучающегося будут сформированы познавательные универсальные учебные действия, коммуникативные универсальные учебные действия, регулятивные универсальные учебные действия, совместная деятельность.

Познавательные универсальные учебные действия

Базовые логические действия:

выявлять и характеризовать существенные признаки математических объектов, понятий, отношений между понятиями, формулировать определения понятий, устанавливать существенный признак классификации, основания для обобщения и сравнения, критерии проводимого анализа;

воспринимать, формулировать и преобразовывать суждения: утвердительные и отрицательные, единичные, частные и общие, условные;

выявлять математические закономерности, взаимосвязи и противоречия в фактах, данных, наблюдениях и утверждениях, предлагать критерии для выявления закономерностей и противоречий;

делать выводы с использованием законов логики, дедуктивных и индуктивных умозаключений, умозаключений по аналогии;

проводить самостоятельно доказательства математических утверждений (прямые и от противного), выстраивать аргументацию, приводить примеры и контрпримеры, обосновывать собственные суждения и выводы;

выбирать способ решения учебной задачи (сравнивать несколько вариантов решения, выбирать наиболее подходящий с учётом самостоятельно выделенных критериев).

Базовые исследовательские действия:

использовать вопросы как исследовательский инструмент познания, формулировать вопросы, фиксирующие противоречие, проблему, устанавливать искомое и данное, формировать гипотезу, аргументировать свою позицию, мнение; проводить самостоятельно

спланированный эксперимент, исследование по установлению особенностей математического объекта, явления, процесса, выявлению зависимостей между объектами, явлениями, процессами;

самостоятельно формулировать обобщения и выводы по результатам проведённого наблюдения, исследования, оценивать достоверность полученных результатов, выводов и обобщений;

прогнозировать возможное развитие процесса, а также выдвигать предположения о его развитии в новых условиях.

Работа с информацией:

выявлять дефициты информации, данных, необходимых для ответа на вопрос и для решения задачи;

выбирать информацию из источников различных типов, анализировать, систематизировать и интерпретировать информацию различных видов и форм представления;

структурировать информацию, представлять её в различных формах, иллюстрировать графически;

оценивать надёжность информации по самостоятельно сформулированным критериям.

Коммуникативные универсальные учебные действия:

воспринимать и формулировать суждения в соответствии с условиями и целями общения, ясно, точно, грамотно выражать свою точку зрения в устных и письменных текстах, давать пояснения по ходу решения задачи, комментировать полученный результат;

в ходе обсуждения задавать вопросы по существу обсуждаемой темы, проблемы, решаемой задачи, высказывать идеи, нацеленные на поиск решения, сопоставлять свои суждения с суждениями других участников диалога, обнаруживать различие и сходство позиций, в корректной форме формулировать разногласия, свои возражения;

представлять результаты решения задачи, эксперимента, исследования, проекта, самостоятельно выбирать формат выступления с учётом задач презентации и особенностей аудитории.

Регулятивные универсальные учебные действия

Самоорганизация:

составлять план, алгоритм решения задачи, выбирать способ решения с учётом имеющихся ресурсов и собственных возможностей, аргументировать и корректировать варианты решений с учётом новой информации.

Самоконтроль:

владеть навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов, владеть способами самопроверки, самоконтроля процесса и результата решения математической задачи;

предвидеть трудности, которые могут возникнуть при решении задачи, вносить коррективы в деятельность на основе новых обстоятельств, данных, найденных ошибок, выявленных трудностей;

оценивать соответствие результата цели и условиям, объяснять причины достижения или недостижения результатов деятельности, находить ошибку, давать оценку приобретённому опыту.

Совместная деятельность:

понимать и использовать преимущества командной и индивидуальной работы при решении учебных задач, принимать цель совместной деятельности, планировать организацию совместной работы, распределять виды работ, договариваться, обсуждать процесс и результат работы, обобщать мнения нескольких людей;

участвовать в групповых формах работы (обсуждения, обмен мнений, «мозговые штурмы» и иные), выполнять свою часть работы и координировать свои действия с другими членами команды, оценивать качество своего вклада в общий продукт по критериям, сформулированным участниками взаимодействия.

ПРЕДМЕТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Предметные результаты освоения рабочей программы по математике представлены по годам обучения в рамках отдельных курсов в соответствующих разделах настоящей Программы.

В рамках трехгодичного потока СУНЦ НГУ ряд тем, отнесенных к программе 10-11 классов, уже изучался в 9 классе. А именно:

--- графики степенных, линейной, квадратной, дробно-линейной функции; преобразования графиков; обратная функция; изображение множеств на плоскости и использование графики в задачах с параметром;

--- делимость; признаки делимости, сравнения по модулю; НОД и НОК; алгоритм Евклида и решение линейных диофантовых уравнений;

--- решение рациональных и иррациональных уравнений и неравенств; равносильные переходы; метод интервалов;

--- прямые и обратные тригонометрические функции; основные тригонометрические формулы и их применение при решении тригонометрических уравнений;

--- арифметическая и геометрическая прогрессии; формулы общего члена и суммы конечного числа членов;

--- комбинаторика; перестановки, размещения и сочетания; классическая вероятность; действия с вероятностями; условная вероятность и формула Байеса.

Поэтому эти темы затрагиваются в программе 10-11 классов в режиме повторения и, кроме того, полученные знания и навыки закрепляются в ходе регулярного их применения при решении более сложных задач.

УЧЕБНЫЙ КУРС «АЛГЕБРА И НАЧАЛА МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА»

Учебный курс «Алгебра и начала математического анализа» является одним из наиболее значимых в программе среднего общего образования, поскольку, с одной стороны, он обеспечивает инструментальную базу для изучения всех естественно-научных курсов, а с другой стороны, формирует логическое и абстрактное мышление обучающихся на уровне, необходимом для освоения информатики, обществознания, истории, словесности и других дисциплин. В рамках данного учебного курса обучающиеся овладевают универсальным языком современной науки, которая формулирует свои достижения в математической форме.

Учебный курс алгебры и начал математического анализа закладывает основу для успешного овладения законами физики, химии, биологии, понимания основных тенденций развития экономики и общественной жизни, позволяет ориентироваться в современных цифровых и компьютерных технологиях, уверенно использовать их для дальнейшего образования и в повседневной жизни. В то же время овладение абстрактными и логически строгими конструкциями алгебры и математического анализа развивает умение находить закономерности, обосновывать истинность, доказывать утверждения с помощью индукции и рассуждать дедуктивно, использовать обобщение и конкретизацию, абстрагирование и аналогию, формирует креативное и критическое мышление.

В ходе изучения учебного курса «Алгебра и начала математического анализа» обучающиеся получают новый опыт решения прикладных задач, самостоятельного построения математических моделей реальных ситуаций, интерпретации полученных решений, знакомятся с примерами математических закономерностей в природе, науке и искусстве, с выдающимися математическими открытиями и их авторами.

Учебный курс обладает значительным воспитательным потенциалом, который реализуется как через учебный материал, способствующий формированию научного мировоззрения, так и через специфику учебной деятельности, требующей продолжительной концентрации внимания, самостоятельности, аккуратности и ответственности за полученный результат.

В основе методики обучения алгебре и началам математического анализа лежит деятельностный принцип обучения.

В структуре учебного курса «Алгебра и начала математического анализа» выделены следующие содержательно-методические линии: «Числа и вычисления»,

«Функции и графики», «Уравнения и неравенства», «Начала математического анализа», «Множества и логика». Все основные содержательно-методические линии изучаются на протяжении двух лет обучения на уровне среднего общего образования, естественно дополняя друг друга и постепенно насыщаясь новыми темами и разделами. Данный учебный курс является интегративным, поскольку объединяет в себе содержание нескольких математических дисциплин, таких как алгебра, тригонометрия, математический анализ, теория множеств, математическая логика и другие. По мере того, как обучающиеся овладевают всё более широким математическим аппаратом, у них последовательно формируется и совершенствуется умение строить математическую модель реальной ситуации, применять знания, полученные при изучении учебного курса, для решения самостоятельно сформулированной математической задачи, а затем интерпретировать свой ответ.

Содержательно-методическая линия «Числа и вычисления» завершает формирование навыков использования действительных чисел, которое было начато на уровне основного общего образования. На уровне среднего общего образования особое внимание уделяется формированию навыков рациональных вычислений, включающих в себя использование различных форм записи числа, умение делать прикидку, выполнять приближённые вычисления, оценивать числовые выражения, работать с математическими константами. Знакомые обучающимся множества натуральных, целых, рациональных и действительных чисел дополняются множеством комплексных чисел. В каждом из этих множеств рассматриваются свойственные ему специфические задачи и операции: деление нацело, оперирование остатками на множестве целых чисел, особые свойства рациональных и иррациональных чисел, арифметические операции, а

также извлечение корня натуральной степени на множестве комплексных чисел. Благодаря последовательному расширению круга используемых чисел и знакомству с возможностями их применения для решения различных задач формируется представление о единстве математики как науки и её роли в построении моделей реального мира, широко используются обобщение и конкретизация.

Линия «Уравнения и неравенства» реализуется на протяжении всего обучения на уровне среднего общего образования, поскольку в каждом разделе Программы предусмотрено решение соответствующих задач. В результате обучающиеся овладевают различными методами решения рациональных, иррациональных, показательных, логарифмических и тригонометрических уравнений, неравенств и систем, а также задач, содержащих параметры. Полученные умения широко используются при исследовании функций с помощью производной, при решении прикладных задач и задач на нахождение наибольших и наименьших значений функции. Данная содержательная линия включает в себя также формирование умений выполнять расчёты по формулам, преобразования рациональных, иррациональных и тригонометрических выражений, а также выражений,

содержащих степени и логарифмы. Благодаря изучению алгебраического материала происходит дальнейшее развитие алгоритмического и абстрактного мышления обучающихся, формируются навыки дедуктивных рассуждений, работы с символьными формами, представления закономерностей и зависимостей в виде равенств и неравенств. Алгебра предлагает эффективные инструменты для решения практических и естественно-научных задач, наглядно демонстрирует свои возможности как языка науки.

Содержательно-методическая линия «Функции и графики» тесно переплетается с другими линиями учебного курса, поскольку в каком-то смысле задаёт последовательность изучения материала. Изучение степенной, показательной, логарифмической и тригонометрических функций, их свойств и графиков, использование функций для решения задач из других учебных предметов и реальной жизни тесно связано как с математическим анализом, так и с решением уравнений и неравенств. При этом большое внимание уделяется формированию умения выражать формулами зависимости между различными величинами, исследовать полученные функции, строить их графики. Материал этой содержательной линии нацелен на развитие умений и навыков, позволяющих выражать зависимости между величинами в различной форме: аналитической, графической и словесной. Его изучение способствует развитию алгоритмического мышления, способности к обобщению и конкретизации, использованию аналогий.

Содержательная линия «Начала математического анализа» позволяет существенно расширить круг как математических, так и прикладных задач, доступных обучающимся, так как у них появляется возможность строить графики сложных функций, определять их наибольшие и наименьшие значения, вычислять площади фигур и объёмы тел, находить скорости и ускорения процессов. Данная содержательная линия открывает новые возможности построения математических моделей реальных ситуаций, позволяет находить наилучшее решение в прикладных, в том числе социально-экономических, задачах. Знакомство с основами математического анализа способствует развитию абстрактного, формально-логического и креативного мышления, формированию умений распознавать проявления законов математики в науке, технике и искусстве. Обучающиеся узнают о выдающихся результатах, полученных в ходе развития математики как науки, и об их авторах.

Содержательно-методическая линия «Множества и логика» включает в себя элементы теории множеств и математической логики. Теоретико-множественные представления пронизывают весь курс школьной математики и предлагают наиболее универсальный язык, объединяющий все разделы математики и её приложений, они связывают разные математические дисциплины и их приложения в единое целое. Поэтому важно дать возможность обучающемуся понимать теоретико-множественный язык современной математики и использовать его

для выражения своих мыслей. Другим важным признаком математики как науки следует признать свойственную ей строгость обоснований и следование определённым правилам построения доказательств. Знакомство с элементами математической логики способствует

развитию логического мышления обучающихся, позволяет им строить свои рассуждения на основе логических правил, формирует навыки критического мышления.

В учебном курсе «Алгебра и начала математического анализа» присутствуют основы математического моделирования, которые призваны способствовать формированию навыков построения моделей реальных ситуаций, исследования этих моделей с помощью аппарата алгебры и математического анализа, интерпретации полученных результатов. Такие задания вплетены в каждый из разделов программы, поскольку весь материал учебного курса широко используется для решения прикладных задач. При решении реальных практических задач обучающиеся развивают наблюдательность, умение находить закономерности, абстрагироваться, использовать аналогию, обобщать и конкретизировать проблему. Деятельность по формированию навыков решения прикладных задач организуется в процессе изучения всех тем учебного курса «Алгебра и начала математического анализа».

На изучение учебного курса «Алгебра и начала математического анализа» отводится 272 часа: в 10 классе – 136 часов (4 часа в неделю), в 11 классе – 136 часов (4 часа в неделю).

10 КЛАСС

Множества и логика (повторение)

Множество, операции над множествами и их свойства. Диаграммы Эйлера–Венна. Применение теоретико-множественного аппарата для описания реальных процессов и явлений, при решении задач из других учебных предметов.

Определение, теорема, свойство математического объекта, следствие, доказательство, равносильные уравнения.

Числа и вычисления

Рациональные числа. Обыкновенные и десятичные дроби, проценты, бесконечные периодические дроби. Применение дробей и процентов для решения прикладных задач из различных отраслей знаний и реальной жизни.

Действительные числа. Рациональные и иррациональные числа. Арифметические операции с действительными числами. Модуль действительного числа и его свойства. Приближённые вычисления, правила округления, прикидка и оценка результата вычислений.

Степень с целым показателем. Бином Ньютона. Использование подходящей формы записи действительных чисел для решения практических задач и представления данных.

Арифметический корень натуральной степени и его свойства (повторение)

Степень с рациональным показателем и её свойства, степень с действительным показателем. Синус, косинус, тангенс, котангенс числового аргумента. Арксинус, арккосинус и арктангенс числового аргумента (повторение). Логарифм числа. Свойства логарифма. Десятичные и натуральные логарифмы.

Уравнения и неравенства.

Тождества и тождественные преобразования. Уравнение, корень уравнения. равносильные уравнения и уравнения-следствия. Неравенство, решение неравенства (повторение).

Основные методы решения целых и дробно-рациональных уравнений и неравенств (повторение). Многочлены от одной переменной. Деление многочлена на многочлен с остатком. Теорема Безу. Многочлены с целыми коэффициентами. Теорема Виета.

Преобразования числовых выражений, содержащих степени и корни.

Иррациональные уравнения. Основные методы решения иррациональных уравнений (повторение).

Показательные уравнения и неравенства. Основные методы решения показательных уравнений и неравенств.

Преобразование выражений, содержащих логарифмы.

Логарифмические уравнения и неравенства. Основные методы решения логарифмических уравнений и неравенств.

Основные тригонометрические формулы, преобразование тригонометрических выражений (повторение). Методы решения тригонометрических уравнений и неравенств.

Построение математических моделей реальной ситуации с помощью уравнений и неравенств. Применение уравнений и неравенств к решению математических задач и задач из различных областей науки и реальной жизни.

Функции и графики

Функция, способы задания функции. Взаимно обратные функции. Композиция функций. График функции. Элементарные преобразования графиков функций. Область определения и множество значений функции. Нули функции. Промежутки знакопостоянства. Чётные и нечётные функции. Периодические функции. Промежутки монотонности функции. Максимумы и минимумы функции. Наибольшее и наименьшее значения функции на промежутке.

Показательная и логарифмическая функции, их свойства и графики.

Использование графиков функций для решения уравнений (повторение).

Тригонометрическая окружность, определение тригонометрических функций числового аргумента. Тригонометрические функции, их свойства и графики (повторение).

Функциональные зависимости в реальных процессах и явлениях. Графики реальных зависимостей.

Начала математического анализа

Последовательности, способы задания последовательностей. Монотонные и ограниченные последовательности. История возникновения математического анализа как анализа бесконечно малых.

Предел последовательности. Линейный и экспоненциальный рост. Число e . Формула сложных процентов. Использование прогрессии для решения реальных задач прикладного характера.

Предел функции в точке и на бесконечности. Непрерывные функции и их свойства. Точки разрыва. Асимптоты графиков функций. Свойства функций непрерывных на отрезке. Метод интервалов для решения неравенств. Применение свойств непрерывных функций для решения задач.

Первая и вторая производные функции. Определение, геометрический и физический смысл производной. Уравнение касательной к графику функции.

Производные элементарных функций. Производная суммы, произведения, частного и композиции функций

Применение производной к исследованию функций на монотонность и экстремумы, выпуклость. Нахождение наибольшего и наименьшего значений непрерывной функции на отрезке.

Применение производной для нахождения наилучшего решения в прикладных задачах, для определения скорости и ускорения процесса, заданного формулой или графиком.

11 КЛАСС

Числа и вычисления

Комплексные числа. Алгебраическая и тригонометрическая формы записи комплексного числа. Арифметические операции с комплексными числами. Изображение комплексных чисел на координатной плоскости. Формула Муавра.

Корни n -ой степени из комплексного числа. Применение комплексных чисел для решения физических и геометрических задач.

Уравнения и неравенства

Система и совокупность уравнений и неравенств. Равносильные системы и системы-следствия. Равносильные неравенства.

Основные методы решения систем и совокупностей рациональных, иррациональных, показательных и логарифмических уравнений.

Уравнения, неравенства и системы с параметрами.

Применение уравнений, систем и неравенств к решению математических задач и задач из различных областей науки и реальной жизни, интерпретация полученных результатов.

Функции и графики

График композиции функций. Геометрические образы уравнений и неравенств на координатной плоскости.

Графические методы решения уравнений и неравенств. Графические методы решения задач с параметрами (повторение).

Использование графиков функций для исследования процессов и зависимостей, которые возникают при решении задач из других учебных предметов и реальной жизни.

Комплексные корни многочленов; разложение на линейные или квадратные множители; алгоритм Евклида для многочленов.

Начала математического анализа

Первообразная, основное свойство первообразных. Первообразные элементарных функций. Правила нахождения первообразных.

Интеграл. Геометрический смысл интеграла. Вычисление определённого интеграла по формуле Ньютона–Лейбница.

Применение интеграла для нахождения площадей плоских фигур и объёмов геометрических тел.

Примеры решений дифференциальных уравнений. Математическое моделирование реальных процессов с помощью дифференциальных уравнений.

ПРЕДМЕТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

К концу обучения в 10 классе обучающийся получит следующие предметные результаты по отдельным темам федеральной рабочей программы учебного курса

«Алгебра и начала математического анализа»:

Числа и вычисления:

свободно оперировать понятиями: рациональное число, бесконечная периодическая дробь, проценты, иррациональное число, множества рациональных и действительных чисел, модуль действительного числа;

применять дроби и проценты для решения прикладных задач из различных отраслей знаний и реальной жизни;

применять приближённые вычисления, правила округления, прикидку и оценку результата вычислений;

свободно оперировать понятием: степень с целым показателем, использовать подходящую форму записи действительных чисел для решения практических задач и представления данных;

свободно оперировать понятием: арифметический корень натуральной степени;

свободно оперировать понятием: степень с рациональным показателем; свободно оперировать понятиями: логарифм числа, десятичные и натуральные

логарифмы;

свободно оперировать понятиями: синус, косинус, тангенс, котангенс числового аргумента;

оперировать понятиями: арксинус, арккосинус и арктангенс числового аргумента.

Уравнения и неравенства:

свободно оперировать понятиями: тождество, уравнение, неравенство, равносильные уравнения и уравнения-следствия, равносильные неравенства;

применять различные методы решения рациональных и дробно-рациональных уравнений, применять метод интервалов для решения неравенств;

использовать свойства действий с корнями для преобразования выражений;

выполнять преобразования числовых выражений, содержащих степени с рациональным показателем;

использовать свойства логарифмов для преобразования логарифмических выражений;

свободно оперировать понятиями: показательные и логарифмические уравнения и неравенства, находить их решения с помощью равносильных переходов или осуществляя проверку корней;

применять основные тригонометрические формулы для преобразования тригонометрических выражений;

свободно оперировать понятием: тригонометрическое уравнение и неравенство, применять необходимые формулы для решения основных типов тригонометрических уравнений и неравенств;

моделировать реальные ситуации на языке алгебры, составлять выражения, уравнения, неравенства по условию задачи, исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры.

Функции и графики:

свободно оперировать понятиями: функция, способы задания функции, взаимно обратные функции, композиция функций, график функции, выполнять элементарные преобразования графиков функций;

свободно оперировать понятиями: область определения и множество значений функции, нули функции, промежутки знакопостоянства;

свободно оперировать понятиями: чётные и нечётные функции, периодические функции, промежутки монотонности функции, максимумы и минимумы функции, наибольшее и наименьшее значение функции на промежутке; свободно оперировать понятиями: степенная функция с натуральным и целым

показателем, график степенной функции с натуральным и целым показателем, график корня n -ой степени как функции обратной степени с натуральным показателем;

оперировать понятиями: линейная, квадратичная и дробно-линейная функции, выполнять элементарное исследование и построение их графиков;

свободно оперировать понятиями: показательная и логарифмическая функции, их свойства и графики, использовать их графики для решения уравнений; свободно оперировать понятиями: тригонометрическая окружность,

определение тригонометрических функций числового аргумента;

использовать графики функций для исследования процессов и зависимостей при решении задач из других учебных предметов и реальной жизни, выражать формулами зависимости между величинами;

Начала математического анализа:

свободно оперировать понятиями: арифметическая и геометрическая прогрессия, бесконечно убывающая геометрическая прогрессия, линейный и экспоненциальный рост, формула сложных процентов, иметь представление о константе;

использовать прогрессии для решения реальных задач прикладного характера;

свободно оперировать понятиями: последовательность, способы задания последовательностей, монотонные и ограниченные последовательности, понимать основы зарождения математического анализа как анализа бесконечно малых;

свободно оперировать понятиями: предел последовательности, предел функции в точке, предел функции на бесконечности;

свободно оперировать понятиями: непрерывные функции, точки разрыва графика функции, асимптоты графика функции;

свободно оперировать понятием: функция, непрерывная на отрезке, применять свойства непрерывных функций для решения задач;

свободно оперировать понятиями: первая и вторая производные функции, касательная к графику функции;

вычислять производные суммы, произведения, частного и композиции двух функций, знать производные элементарных функций;

использовать геометрический и физический смысл производной для решения задач;

использовать производную для исследования функции на монотонность и экстремумы;
находить наибольшее и наименьшее значения функции непрерывной на отрезке;
использовать производную для нахождения наилучшего решения в прикладных, в том числе социально-экономических, задачах, для определения скорости и ускорения процесса, заданного формулой или графиком;

Множества и логика:

свободно оперировать понятиями: множество, операции над множествами; использовать теоретико-множественный аппарат для описания реальных процессов и явлений, при решении задач из других учебных предметов;

свободно оперировать понятиями: определение, теорема, уравнение- следствие, свойство математического объекта, доказательство, равносильные уравнения и неравенства.

К концу обучения в **11 классе** обучающийся получит следующие предметные результаты по отдельным темам федеральной рабочей программы учебного курса

«Алгебра и начала математического анализа»:

Числа и вычисления:

свободно оперировать понятиями: натуральное и целое число, множества натуральных и целых чисел, использовать признаки делимости целых чисел, НОД и НОК натуральных чисел для решения задач, применять алгоритм Евклида;

свободно оперировать понятием остатка по модулю, записывать натуральные числа в различных позиционных системах счисления;

свободно оперировать понятиями: комплексное число и множество комплексных чисел, представлять комплексные числа в алгебраической и тригонометрической форме, выполнять арифметические операции с ними и изображать на координатной плоскости.

Уравнения и неравенства:

свободно оперировать понятиями: система и совокупность уравнений и неравенств, равносильные системы и системы-следствия, находить решения системы и совокупностей рациональных, иррациональных, показательных и логарифмических уравнений и неравенств;

решать рациональные, иррациональные, показательные, логарифмические и тригонометрические уравнения и неравенства, содержащие модули и параметры;

применять графические методы для решения уравнений и неравенств, а также задач с параметрами;

моделировать реальные ситуации на языке алгебры, составлять выражения, уравнения, неравенства и их системы по условию задачи, исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры, интерпретировать полученный результат.

Функции и графики:

строить графики композиции функций с помощью элементарного исследования и свойств композиции двух функций;

строить геометрические образы уравнений и неравенств на координатной плоскости;

свободно оперировать понятиями: графики тригонометрических функций; применять функции для моделирования и исследования реальных процессов.

Начала математического анализа:

свободно оперировать понятиями: первообразная, определённый интеграл, находить первообразные элементарных функций и вычислять интеграл по формуле Ньютона–Лейбница;

находить площади плоских фигур и объёмы тел с помощью интеграла;

иметь представление о математическом моделировании на примере составления дифференциальных уравнений;

решать прикладные задачи, в том числе социально-экономического и физического характера, средствами математического анализа.

Название раздела (темы)	Количество часов	Воспитательный компонент
Повторение изученного в 9 классе	2	Сформированность мировоззрения, соответствующего современному уровню развития науки и общественной практики, понимание математической науки как сферы человеческой деятельности, этапов её развития и значимости для развития цивилизации, овладение языком математики и математической культурой как средством познания мира, готовность осуществлять проектную и исследовательскую деятельность индивидуально и в группе. Готовность к труду, осознание ценности трудолюбия, интерес к различным сферам профессиональной деятельности, связанным с математикой и её приложениями, умение совершать осознанный выбор будущей профессии и реализовывать собственные жизненные планы, готовность и способность к математическому образованию и самообразованию на протяжении всей жизни, готовность к активному участию в решении практических задач математической направленности. Эстетическое отношение к миру, включая эстетику математических закономерностей, объектов, задач, решений, рассуждений. Сформированность умения применять математические знания в интересах здорового и безопасного образа жизни, ответственное отношение к своему здоровью.
Целые числа	4	
Множество рациональных и действительных чисел. Сравнение множеств по мощности. Границы числовых множеств.	6	
Функции и графики. Степенная функция с целым показателем. Арифметический корень n -ой степени. Иррациональные уравнения.	6	
Тригонометрия	24	
Показательная функция. Показательные уравнения и неравенства	14	
Логарифмическая функция. Логарифмические уравнения и неравенства	18	
Последовательности и их пределы	16	
Предел функции и непрерывность.	12	
Производная и ее применения.	30	
Повторение, обобщение, систематизация знаний	4	
ОБЩЕЕ КОЛИЧЕСТВО ЧАСОВ ПО ПРОГРАММЕ	136	

Название раздела (темы)	Количество часов	Воспитательный компонент
Повторение изученного в 10 классе	6	Сформированность мировоззрения, соответствующего современному уровню развития науки и общественной практики, понимание математической науки как сферы человеческой деятельности, этапов её развития и значимости для развития цивилизации, овладение языком математики и математической культурой как средством познания мира, готовность осуществлять проектную и исследовательскую деятельность индивидуально и в группе. Готовность к труду, осознание ценности трудолюбия, интерес к различным сферам профессиональной деятельности, связанным с математикой и её приложениями, умение совершать осознанный выбор будущей профессии и реализовывать собственные жизненные планы, готовность и способность к математическому образованию и самообразованию на протяжении всей жизни, готовность к активному участию в решении практических задач математической направленности. Эстетическое отношение к миру, включая эстетику математических закономерностей, объектов, задач, решений, рассуждений. Сформированность умения применять математические знания в интересах здорового и безопасного образа жизни, ответственное отношение к своему здоровью.
Первообразная и неопределенный интеграл	32	
Определенный интеграл и его приложения	14	
Комплексные числа	20	
Многочлены в комплексных числах	10	
Тригонометрия	8	
Системы рациональных, иррациональных показательных и логарифмических уравнений и неравенств	12	
Задачи с параметрами	20	
Повторение, обобщение, систематизация знаний	14	
ОБЩЕЕ КОЛИЧЕСТВО ЧАСОВ ПО ПРОГРАММЕ	136	

Геометрия является одним из базовых курсов на уровне среднего общего образования, так как обеспечивает возможность изучения дисциплин естественно- научной направленности и предметов гуманитарного цикла. Поскольку логическое мышление, формируемое при изучении обучающимися понятийных основ геометрии, при доказательстве теорем и построении цепочки логических утверждений при решении геометрических задач, умение выдвигать и опровергать гипотезы непосредственно используются при решении задач естественно-научного цикла, в частности физических задач.

Цель освоения программы учебного курса «Геометрия» на углублённом уровне – развитие индивидуальных способностей обучающихся при изучении геометрии, как составляющей предметной области «Математика и информатика» через обеспечение возможности приобретения и использования более глубоких геометрических знаний и действий, специфичных геометрии, и необходимых для успешного профессионального образования, связанного с использованием математики.

Приоритетными задачами курса геометрии на углублённом уровне, расширяющими и усиливающими курс базового уровня, являются:

расширение представления о геометрии как части мировой культуры и формирование осознания взаимосвязи геометрии с окружающим миром;

формирование представления о пространственных фигурах как о важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные явления окружающего мира, знание понятийного аппарата по разделу «Стереометрия» учебного курса геометрии;

формирование умения владеть основными понятиями о пространственных фигурах и их основными свойствами, знание теорем, формул и умение их применять, умения доказывать теоремы и находить нестандартные способы решения задач;

формирование умения распознавать на чертежах, моделях и в реальном мире многогранники и тела вращения, конструировать геометрические модели;

формирование понимания возможности аксиоматического построения математических теорий, формирование понимания роли аксиоматики при проведении рассуждений;

формирование умения владеть методами доказательств и алгоритмов решения, умения их применять, проводить доказательные рассуждения в ходе решения стереометрических задач и задач с практическим содержанием,

формирование представления о необходимости доказательств при обосновании математических утверждений и роли аксиоматики в проведении дедуктивных рассуждений;

развитие и совершенствование интеллектуальных и творческих способностей обучающихся, познавательной активности, исследовательских умений, критичности мышления, интереса к изучению геометрии;

формирование функциональной грамотности, релевантной геометрии: умения распознавать проявления геометрических понятий, объектов и закономерностей в реальных жизненных ситуациях и при изучении других учебных предметов, проявления зависимостей и закономерностей, моделирования реальных ситуаций, исследования построенных моделей, интерпретации полученных результатов.

Основными содержательными линиями учебного курса «Геометрия» в 10–11 классах являются: «Прямые и плоскости в пространстве»,

«Многогранники», «Тела вращения», «Векторы и координаты в пространстве»,

«Движения в пространстве».

Сформулированное в ФГОС СОО требование «уметь оперировать понятиями», релевантных геометрии на углублённом уровне обучения в 10–11 классах, относится ко всем содержательным линиям учебного курса, а формирование логических умений распределяется не только по содержательным линиям, но и по годам обучения. Содержание образования, соответствующее предметным результатам освоения Федеральной рабочей программы, распределённым по годам обучения, структурировано таким образом, чтобы ко всем основным, принципиальным вопросам обучающиеся обращались неоднократно. Это позволяет организовать овладение геометрическими понятиями и навыками последовательно и поступательно, с соблюдением принципа преемственности, а новые знания включать в общую систему геометрических представлений обучающихся, расширяя и углубляя её, образуя прочные множественные связи.

Переход к изучению геометрии на углублённом уровне позволяет:
создать условия для дифференциации обучения, построения индивидуальных образовательных программ, обеспечить углублённое изучение геометрии как составляющей учебного предмета «Математика»;

подготовить обучающихся к продолжению изучения математики с учётом выбора будущей профессии, обеспечивая преемственность между общим и профессиональным образованием.

На изучение учебного курса «Геометрия» на углублённом уровне отводится
204 часа: в 10 классе – 102 часа (3 часа в неделю), в 11 классе – 102 часа (3 часа в неделю).

СОДЕРЖАНИЕ ОБУЧЕНИЯ

10 КЛАСС

Прямые и плоскости в пространстве

Основные понятия стереометрии. Точка, прямая, плоскость, пространство. Понятие об аксиоматическом построении стереометрии: аксиомы стереометрии и следствия из них.

Взаимное расположение прямых в пространстве: пересекающиеся, параллельные и скрещивающиеся прямые. Признаки скрещивающихся прямых. Параллельность прямых и плоскостей в пространстве: параллельные прямые в пространстве, параллельность трёх прямых, параллельность прямой и плоскости. Параллельное и центральное проектирование, изображение фигур. Основные свойства параллельного проектирования. Изображение фигур в параллельной проекции. Углы с сонаправленными сторонами, угол между прямыми в пространстве. Параллельность плоскостей: параллельные плоскости, свойства параллельных плоскостей. Простейшие пространственные фигуры на плоскости: тетраэдр, параллелепипед, построение сечений.

Перпендикулярность прямой и плоскости: перпендикулярные прямые в пространстве, прямые параллельные и перпендикулярные к плоскости, признак перпендикулярности прямой и плоскости, теорема о прямой перпендикулярной плоскости. Ортогональное проектирование. Перпендикуляр и наклонные: расстояние от точки до плоскости, расстояние от прямой до плоскости, проекция фигуры на плоскость. Перпендикулярность плоскостей: признак перпендикулярности двух плоскостей. Теорема о трёх перпендикулярах.

Углы в пространстве: угол между прямой и плоскостью, двугранный угол, линейный угол двугранного угла. Трёхгранный и многогранные углы. Свойства плоских углов многогранного угла. Свойства плоских и двугранных углов трёхгранного угла. Теоремы косинусов и синусов для трёхгранного угла.

Многогранники

Виды многогранников, развёртка многогранника. Призма: n -угольная призма, прямая и наклонная призмы, боковая и полная поверхность призмы. Параллелепипед, прямоугольный параллелепипед и его свойства. Кратчайшие пути на поверхности многогранника. Теорема Эйлера. Пространственная теорема Пифагора. Пирамида: n -угольная пирамида, правильная и усечённая пирамиды. Свойства рёбер и боковых граней правильной пирамиды. Правильные многогранники: правильная призма и правильная пирамида, правильная треугольная пирамида и правильный тетраэдр, куб. Представление о правильных многогранниках: октаэдр, додекаэдр и икосаэдр.

Вычисление элементов многогранников: рёбра, диагонали, углы. Площадь боковой поверхности и полной поверхности прямой призмы, площадь оснований, теорема о боковой поверхности прямой призмы. Площадь боковой поверхности и поверхности правильной пирамиды, теорема о площади усечённой пирамиды.

Симметрия в пространстве. Элементы симметрии правильных многогранников. Симметрия в правильных многогранниках.

Векторы и координаты в пространстве

Понятия: вектор в пространстве, нулевой вектор, длина ненулевого вектора, векторы коллинеарные, сонаправленные и противоположно направленные векторы. Равенство векторов. Действия с векторами: сложение и вычитание векторов, сумма нескольких векторов, умножение вектора на число. Свойства сложения векторов. Свойства умножения вектора на число. Понятие компланарные векторы. Признак компланарности трёх векторов. Правило параллелепипеда. Теорема о разложении вектора по трём некопланарным векторам. Прямоугольная система координат в пространстве. Координаты вектора. Связь между координатами вектора и координатами точек. Угол между векторами. Скалярное произведение векторов.

11 КЛАСС

Тела вращения

Понятия: цилиндрическая поверхность, коническая поверхность, сферическая поверхность, образующие поверхностей. Тела вращения: цилиндр, конус, усечённый конус, сфера, шар. Взаимное расположение сферы и плоскости, касательная плоскость к сфере. Изображение тел вращения на плоскости. Развёртка цилиндра и конуса. Симметрия сферы и шара.

Объём. Основные свойства объёмов тел. Теорема об объёме прямоугольного параллелепипеда и следствия из неё. Объём прямой и наклонной призмы, цилиндра, пирамиды и конуса. Объём шара и шарового сегмента.

Комбинации тел вращения и многогранников. Призма, вписанная в цилиндр, описанная около цилиндра. Пересечение сферы и шара с плоскостью. Касание шара и сферы плоскостью. Понятие многогранника, описанного около сферы, сферы, вписанной в многогранник или тело вращения.

Площадь поверхности цилиндра, конуса, площадь сферы и её частей. Подобие в пространстве. Отношение объёмов, площадей поверхностей подобных фигур. Преобразование подобия, гомотетия. Решение задач на плоскости с использованием стереометрических методов.

Построение сечений многогранников и тел вращения: сечения цилиндра (параллельно и перпендикулярно оси), сечения конуса (параллельное основанию и проходящее через вершину), сечения шара, методы построения сечений: метод следов, метод внутреннего проектирования, метод переноса секущей плоскости.

Векторы и координаты в пространстве

Векторы в пространстве. Операции над векторами. Векторное умножение векторов. Свойства векторного умножения. Прямоугольная система координат в пространстве. Координаты вектора. Разложение вектора по базису. Координатно- векторный метод при решении геометрических задач.

Движения в пространстве

Движения пространства. Отображения. Движения и равенство фигур. Общие свойства движений. Виды движений: параллельный перенос, центральная симметрия, зеркальная симметрия, поворот вокруг прямой. Преобразования подобия. Прямая и сфера Эйлера.

ПРЕДМЕТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

К концу 10 класса обучающийся научится:

- свободно оперировать основными понятиями стереометрии при решении задач и проведении математических рассуждений;

- применять аксиомы стереометрии и следствия из них при решении геометрических задач;
- классифицировать взаимное расположение прямых в пространстве, плоскостей в пространстве, прямых и плоскостей в пространстве;
- свободно оперировать понятиями, связанными с углами в пространстве: между прямыми в пространстве, между прямой и плоскостью;
- свободно оперировать понятиями, связанными с многогранниками;
- свободно распознавать основные виды многогранников (призма, пирамида, прямоугольный параллелепипед, куб);
- классифицировать многогранники, выбирая основания для классификации; свободно оперировать понятиями, связанными с сечением многогранников плоскостью;
- выполнять параллельное, центральное и ортогональное проектирование фигур на плоскость, выполнять изображения фигур на плоскости;
- строить сечения многогранников различными методами, выполнять (выносные) плоские чертежи из рисунков простых объёмных фигур: вид сверху, сбоку, снизу;
- вычислять площади поверхностей многогранников (призма, пирамида), геометрических тел с применением формул;
- свободно оперировать понятиями: симметрия в пространстве, центр, ось и плоскость симметрии, центр, ось и плоскость симметрии фигуры;
- решать задачи на доказательство математических отношений и нахождение геометрических величин, применяя известные методы при решении математических задач повышенного и высокого уровня сложности;
- применять простейшие программные средства и электронно-коммуникационные системы при решении стереометрических задач;
- извлекать, преобразовывать и интерпретировать информацию о пространственных геометрических фигурах, представленную на чертежах и рисунках;
- применять полученные знания на практике: сравнивать и анализировать реальные ситуации, применять изученные понятия в процессе поиска решения математически сформулированной проблемы, моделировать реальные ситуации на языке геометрии, исследовать построенные модели с использованием геометрических понятий и теорем, аппарата алгебры, решать практические задачи, связанные с нахождением геометрических величин;
- иметь представления об основных этапах развития геометрии как составной части фундамента развития технологий.

К концу **11 класса** обучающийся научится:

- свободно оперировать понятиями, связанными с цилиндрической, конической и сферической поверхностями, объяснять способы получения;
- оперировать понятиями, связанными с телами вращения: цилиндром, конусом, сферой и шаром;
- распознавать тела вращения (цилиндр, конус, сфера и шар) и объяснять способы получения тел вращения;
- классифицировать взаимное расположение сферы и плоскости;
- вычислять величины элементов многогранников и тел вращения, объёмы и площади поверхностей многогранников и тел вращения, геометрических тел с применением формул;
- свободно оперировать понятиями, связанными с комбинациями тел вращения и многогранников: многогранник, вписанный в сферу и описанный около сферы, сфера, вписанная в многогранник или тело вращения;
- вычислять соотношения между площадями поверхностей и объёмами подобных тел;

- изображать изучаемые фигуры, выполнять (выносные) плоские чертежи из рисунков простых объёмных фигур: вид сверху, сбоку, снизу, строить сечения тел вращения;
- извлекать, интерпретировать и преобразовывать информацию о пространственных геометрических фигурах, представленную на чертежах и рисунках;
- свободно оперировать понятием вектор в пространстве; выполнять операции над векторами;
- свободно оперировать понятиями, соответствующими векторам и координатам в пространстве;
- задавать плоскость уравнением в декартовой системе координат;
- решать геометрические задачи на вычисление углов между прямыми и плоскостями, вычисление расстояний от точки до плоскости, в целом, на применение векторно-координатного метода при решении;
- свободно оперировать понятиями, связанными с движением в пространстве, знать свойства движений;
- выполнять изображения многогранником и тел вращения при параллельном переносе, центральной симметрии, зеркальной симметрии, при повороте вокруг прямой, преобразования подобия;
- строить сечения многогранников и тел вращения: сечения цилиндра (параллельно и перпендикулярно оси), сечения конуса (параллельное основанию и проходящее через вершину), сечения шара;
- использовать методы построения сечений: метод следов, метод внутреннего проектирования, метод переноса секущей плоскости;
- доказывать геометрические утверждения;
- применять геометрические факты для решения стереометрических задач, предполагающих несколько шагов решения, если условия применения заданы в явной и неявной форме;
- решать задачи на доказательство математических отношений и нахождение геометрических величин;
- применять программные средства и электронно-коммуникационные системы при решении стереометрических задач;
- применять полученные знания на практике: сравнивать, анализировать и оценивать реальные ситуации, применять изученные понятия, теоремы, свойства в процессе поиска решения математически сформулированной проблемы, моделировать реальные ситуации на языке геометрии, исследовать построенные модели с использованием геометрических понятий и теорем, аппарата алгебры, решать практические задачи, связанные с нахождением геометрических величин;
- иметь представления об основных этапах развития геометрии как составной части фундамента развития технологий.

ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ

10 КЛАСС

Название раздела (темы)	Количество часов	Воспитательный компонент
Повторение изученного в 7-9 кл.	8	Сформированность мировоззрения, соответствующего современному уровню развития науки и общественной практики, понимание математической науки как сферы человеческой деятельности, этапов её развития и значимости для развития цивилизации,
Введение в стереометрию	10	

Взаимное расположение прямых в пространстве	6	<p>овладение языком математики и математической культурой как средством познания мира, готовность осуществлять проектную и исследовательскую деятельность индивидуально и в группе.</p> <p>Готовность к труду, осознание ценности трудолюбия, интерес к различным сферам профессиональной деятельности, связанным с математикой и её приложениями, умение совершать осознанный выбор будущей профессии и реализовывать собственные жизненные планы, готовность и способность к математическому образованию и самообразованию на протяжении всей жизни, готовность к активному участию в решении практических задач математической направленности.</p> <p>Эстетическое отношение к миру, включая эстетику математических закономерностей, объектов, задач, решений, рассуждений.</p> <p>Сформированность умения применять математические знания в интересах здорового и безопасного образа жизни, ответственное отношение к своему здоровью.</p>
Параллельность прямых и плоскостей в пространстве	10	
Перпендикулярность прямых и плоскостей в пространстве	16	
Углы и расстояния	20	
Координаты и векторы в пространстве.	20	
Многогранники	8	
Повторение, обобщение и систематизация знаний	4	
ОБЩЕЕ КОЛИЧЕСТВО ЧАСОВ ПО ПРОГРАММЕ	102	

ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ

11 КЛАСС

Название раздела (темы)	Количество часов	Воспитательный компонент
Повторение, обобщение и систематизация знаний	12	<p>Сформированность мировоззрения, соответствующего современному уровню развития науки и общественной практики, понимание математической науки как сферы человеческой деятельности, этапов её развития и значимости для развития цивилизации, овладение языком математики и математической культурой как средством познания мира, готовность осуществлять проектную и исследовательскую деятельность индивидуально и в группе.</p> <p>Готовность к труду, осознание ценности трудолюбия, интерес к различным сферам</p>
Тела вращения	32	
Объем многогранника	24	
Площади поверхностей и объемы круглых тел	12	

Движения в пространстве	4	профессиональной деятельности, связанным с математикой и её приложениями, умение совершать осознанный выбор будущей профессии и реализовывать собственные жизненные планы, готовность и способность к математическому образованию и самообразованию на протяжении всей жизни, готовность к активному участию в решении практических задач математической направленности.
Повторение, обобщение и систематизация знаний	18	Эстетическое отношение к миру, включая эстетику математических закономерностей, объектов, задач, решений, рассуждений. Сформированность умения применять математические знания в интересах здорового и безопасного образа жизни, ответственное отношение к своему здоровью.
ОБЩЕЕ КОЛИЧЕСТВО ЧАСОВ ПО ПРОГРАММЕ	102	

УЧЕБНЫЙ КУРС «ВЕРОЯТНОСТЬ И СТАТИСТИКА»

Учебный курс «Вероятность и статистика» углублённого уровня является продолжением и развитием одноименного учебного курса углублённого уровня на уровне среднего общего образования. Учебный курс предназначен для формирования у обучающихся статистической культуры и понимания роли теории вероятностей как математического инструмента для изучения случайных событий, величин и процессов. При изучении курса обогащаются представления обучающихся о методах исследования изменчивого мира, развивается понимание значимости и общности математических методов познания как неотъемлемой части современного естественно-научного мировоззрения.

Содержание учебного курса направлено на закрепление знаний, полученных при изучении курса на уровне основного общего образования, и на развитие представлений о случайных величинах и взаимосвязях между ними на важных примерах, сюжеты которых почерпнуты из окружающего мира. В результате у обучающихся должно сформироваться представление о наиболее употребительных и общих математических моделях, используемых для описания антропометрических и демографических величин, погрешностей в различных рода измерениях, длительности безотказной работы технических устройств, характеристик массовых явлений и процессов в обществе. Учебный курс является базой для освоения вероятностно-статистических методов, необходимых специалистам не только инженерных специальностей, но также социальных и психологических, поскольку современные общественные науки в значительной мере используют аппарат анализа больших данных. Центральную часть учебного курса занимает обсуждение закона больших чисел – фундаментального закона природы, имеющего математическую формализацию.

В соответствии с указанными целями в структуре учебного курса «Вероятность и статистика» на углублённом уровне выделены основные содержательные линии: «Случайные события и вероятности» и «Случайные величины и закон больших чисел».

Помимо основных линий в учебный курс включены элементы теории графов и теории множеств, необходимые для полноценного освоения материала данного учебного курса и смежных математических учебных курсов.

Содержание линии «Случайные события и вероятности» служит основой для формирования представлений о распределении вероятностей между значениями случайных величин. Важную часть в этой содержательной линии занимает изучение геометрического и биномиального распределений и знакомство с их непрерывными аналогами – показательным и нормальным распределениями.

Темы, связанные с непрерывными случайными величинами и распределениями, акцентируют внимание обучающихся на описании и изучении случайных явлений с помощью непрерывных функций. Основное внимание уделяется показательному и нормальному распределениям. В учебном курсе предусматривается ознакомительное изучение связи между случайными величинами и описание этой связи с помощью коэффициента корреляции и его выборочного аналога. Эти элементы содержания развивают тему «Диаграммы рассеивания», изученную на уровне основного общего образования, и во многом опираются на сведения из курсов алгебры и геометрии.

Ещё один элемент содержания, который предлагается на ознакомительном уровне – последовательность случайных независимых событий, наступающих в единицу времени. Ознакомление с распределением вероятностей количества таких событий носит развивающий характер и является актуальным для будущих абитуриентов, поступающих на учебные специальности, связанные с общественными науками, психологией и управлением.

На изучение учебного курса «Вероятность и статистика» на углубленном уровне отводится 68 часов: в 10 классе – 34 часа (1 час в неделю), в 11 классе – 34 часа (1 час в неделю).

СОДЕРЖАНИЕ ОБУЧЕНИЯ

10 КЛАСС

Граф, связный граф, пути в графе: циклы и цепи. Степень (валентность) вершины. Графы на плоскости. Деревья.

Случайные эксперименты (опыты) и случайные события. Элементарные события (исходы). Вероятность случайного события. Близость частоты и вероятности событий. Случайные опыты с равновероятными элементарными событиями.

Операции над событиями: пересечение, объединение, противоположные события. Диаграммы Эйлера. Формула сложения вероятностей.

Условная вероятность. Умножение вероятностей. Дерево случайного эксперимента. Формула полной вероятности. Формула Байеса. Независимые события.

Бинарный случайный опыт (испытание), успех и неудача. Независимые испытания. Серия независимых испытаний до первого успеха. Перестановки и факториал. Число сочетаний. Треугольник Паскаля. Формула бинома Ньютона (повторение).

Серия независимых испытаний Бернулли. Случайный выбор из конечной совокупности.

Случайная величина. Распределение вероятностей. Диаграмма распределения. Операции над случайными величинами. Бинарная случайная величина. Примеры распределений, в том числе геометрическое и биномиальное.

11 КЛАСС

Совместное распределение двух случайных величин. Независимые случайные величины.

Математическое ожидание случайной величины (распределения). Примеры применения математического ожидания (страхование, лотерея). Математическое ожидание бинарной случайной величины. Математическое ожидание суммы случайных величин. Математическое

ожидание геометрического и биномиального распределений.

Дисперсия и стандартное отклонение случайной величины (распределения). Дисперсия бинарной случайной величины. Математическое ожидание произведения и дисперсия суммы независимых случайных величин. Дисперсия и стандартное отклонение биномиального распределения. Дисперсия и стандартное отклонение геометрического распределения.

Неравенство Чебышёва. Теорема Чебышёва. Теорема Бернулли. Закон больших чисел. Выборочный метод исследований. Выборочные характеристики. Оценивание вероятности события по выборочным данным. Проверка простейших гипотез с помощью изученных распределений.

Непрерывные случайные величины. Примеры. Функция плотности вероятности распределения. Равномерное распределение и его свойства. Задачи, приводящие к показательному распределению. Задачи, приводящие к нормальному распределению. Функция плотности вероятности показательного распределения, функция плотности вероятности нормального распределения. Функция плотности и свойства нормального распределения.

Последовательность одиночных независимых событий. Задачи, приводящие к распределению Пуассона.

Ковариация двух случайных величин. Коэффициент линейной корреляции. Совместные наблюдения двух величин. Выборочный коэффициент корреляции. Различие между линейной связью и причинно-следственной связью. Линейная регрессия, метод наименьших квадратов.

ПРЕДМЕТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

К концу **10 класса** обучающийся научится:

свободно оперировать понятиями: граф, плоский граф, связный граф, путь в графе, цепь, цикл, дерево, степень вершины, дерево случайного эксперимента;

свободно оперировать понятиями: случайный эксперимент (опыт), случайное событие, элементарное случайное событие (элементарный исход) случайного опыта, находить вероятности событий в опытах с равновероятными элементарными событиями;

находить и формулировать события: пересечение, объединение данных событий, событие, противоположное данному, использовать диаграммы Эйлера,

координатную прямую для решения задач, пользоваться формулой сложения вероятностей для вероятностей двух и трех случайных событий;

оперировать понятиями: условная вероятность, умножение вероятностей, независимые события, дерево случайного эксперимента, находить вероятности событий с помощью правила умножения, дерева случайного опыта, использовать формулу полной вероятности, формулу Байеса при решении задач, определять независимость событий по формуле и по организации случайного эксперимента;

применять изученные комбинаторные формулы для перечисления элементов множеств, элементарных событий случайного опыта, решения задач по теории вероятностей;

свободно оперировать понятиями: бинарный случайный опыт (испытание), успех и неудача, независимые испытания, серия испытаний, находить вероятности событий: в серии испытаний до первого успеха, в серии испытаний Бернулли, в опыте, связанном со случайным выбором из конечной совокупности;

свободно оперировать понятиями: случайная величина, распределение вероятностей, диаграмма распределения, бинарная случайная величина, геометрическое, биномиальное распределение.

К концу **11 класса** обучающийся научится:

оперировать понятиями: совместное распределение двух случайных величин, использовать таблицу совместного распределения двух случайных величин для выделения распределения каждой величины, определения независимости случайных величин;

свободно оперировать понятием математического ожидания случайной величины (распределения), применять свойства математического ожидания при решении задач, вычислять математическое ожидание биномиального и геометрического распределений;

свободно оперировать понятиями: дисперсия, стандартное отклонение случайной величины, применять свойства дисперсии случайной величины (распределения) при решении задач,

вычислять дисперсию и стандартное отклонение геометрического и биномиального распределений;

вычислять выборочные характеристики по данной выборке и оценивать характеристики генеральной совокупности данных по выборочным характеристикам. Оценивать вероятности событий и проверять простейшие статистические гипотезы, пользуясь изученными распределениями.

ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ

10 КЛАСС

Название раздела (темы)	Количество часов	Воспитательный компонент
Элементы теории графов	2	Сформированность мировоззрения, соответствующего современному уровню развития науки и общественной практики, понимание математической науки как сферы человеческой деятельности, этапов её развития и значимости для развития цивилизации, овладение языком математики и математической культурой как средством познания мира, готовность осуществлять проектную и исследовательскую деятельность индивидуально и в группе. Готовность к труду, осознание ценности трудолюбия, интерес к различным сферам профессиональной деятельности, связанным с математикой и её приложениями, умение совершать осознанный выбор будущей профессии и реализовывать собственные жизненные планы, готовность и способность к математическому образованию и самообразованию на протяжении всей жизни, готовность к активному участию в решении практических задач математической направленности. Эстетическое отношение к миру, включая эстетику математических закономерностей, объектов, задач, решений, рассуждений. Сформированность умения применять математические знания в интересах здорового и безопасного образа жизни, ответственное отношение к своему здоровью.
Элементы комбинаторики (повторение)	8	
Случайные опыты, случайные события и вероятности событий	2	
Операции над множествами и событиями. Сложение и умножение вероятностей. Условная вероятность. Независимые события (повторение)	5	
Серии последовательных испытаний. Испытания Бернулли. Случайный выбор из конечной совокупности	5	
Случайные величины и распределения	12	
ОБЩЕЕ КОЛИЧЕСТВО ЧАСОВ ПО ПРОГРАММЕ	34	

Название раздела (темы)	Количество часов	Воспитательный компонент
Закон больших чисел	5	Сформированность мировоззрения, соответствующего современному уровню развития науки и общественной практики, понимание математической науки как сферы человеческой деятельности, этапов её развития и значимости для развития цивилизации, овладение языком математики и математической культурой как средством познания мира, готовность осуществлять проектную и исследовательскую деятельность индивидуально и в группе. Готовность к труду, осознание ценности трудолюбия, интерес к различным сферам профессиональной деятельности, связанным с математикой и её приложениями, умение совершать осознанный выбор будущей профессии и реализовывать собственные жизненные планы, готовность и способность к математическому образованию и самообразованию на протяжении всей жизни, готовность к активному участию в решении практических задач математической направленности. Эстетическое отношение к миру, включая эстетику математических закономерностей, объектов, задач, решений, рассуждений. Сформированность умения применять математические знания в интересах здорового и безопасного образа жизни, ответственное отношение к своему здоровью.
Элементы математической статистики	6	
Непрерывные случайные величины (распределения), показательное и нормальное распределения	4	
Распределение Пуассона	2	
Связь между случайными величинами	6	
Обобщение и систематизация знаний	11	
ОБЩЕЕ КОЛИЧЕСТВО ЧАСОВ ПО ПРОГРАММЕ	34	

Приложение 1.

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА

ОБЯЗАТЕЛЬНЫЕ УЧЕБНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ

1. Козлов В. В., Никитин А. А., Белоносов В. С. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия: учебник для 10 класса общеобразовательных организаций. Базовый и углублённый уровни под ред. В.В. Козлова и А.А. Никитина. 3-е изд. – М.: ООО «Русское слово – учебник», 2017. – 464 с. – (Инновационная школа).
2. Козлов В. В., Никитин А. А., Белоносов В. С. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия: учебник для 11 класса общеобразовательных организаций. Базовый и углублённый уровни под ред. В. В. Козлова и А. А. Никитина. 2-е изд. – М.: ООО «Русское слово – учебник», 2017. – 400 с. – (Инновационная школа).
3. Потоскуев Е.В., Звавич Л.И. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Геометрия. 10 кл. Углублённый уровень: учебник / Е. В .Потоскуев, Л.И. Звавич.- 6-е изд., стереотип. – М.: Дрофа, 2018. – 223 с.: ил.
4. Потоскуев Е.В., Звавич Л.И. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Геометрия. 10 кл. Углублённый уровень: задачник / Е. В .Потоскуев, Л.И. Звавич.- 6-е изд., стереотип. – М.: Дрофа, 2018. – 255 с.: ил.
5. Потоскуев Е.В., Звавич Л.И. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Геометрия. 11 кл. Углублённый уровень: учебник / Е. В .Потоскуев, Л.И. Звавич.- 6-е изд., стереотип. – М.: Дрофа, 2018. – 384 с.: ил.
6. Потоскуев Е.В., Звавич Л.И. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Геометрия. 11 кл. Углублённый уровень: задачник / Е. В .Потоскуев, Л.И. Звавич.- 6-е изд., стереотип. – М.: Дрофа, 2018. – 223 с.: ил.
7. Пратусевич М. Я. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа. 10 класс : учеб. для общеобразоват. организаций : углубл. уровень / М. Я. Пратусевич, К. М. Столбов, А. Н. Головин – 5-е изд., перераб. – М.: Просвещение, 2019 – 432 с. : ил.
8. Пратусевич М. Я. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа. 11 класс : учеб. для общеобразоват. организаций : углубл. уровень / М. Я. Пратусевич, К. М. Столбов, А. Н. Головин – 5-е изд., перераб. – М.: Просвещение, 2019 – 463 с. : ил.
9. Никитин А. А., Михеев Ю. В., Ляпунов И.Б. Варианты выпускных экзаменов СУНЦ НГУ по математике 1991 – 2022 гг.: учеб. пособие. 3-е изд. испр. и доп. – Новосибирск, ИПЦ НГУ, 2022. – 152 с.

МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ПРЕПОДАВАТЕЛЯ

1. Банах С. Дифференциальное и интегральное исчисление. М.:Наука, 1966.
2. Белоносов В. С. Вещественные числа. Методические указания. Новосибирск: НГУ, 1990.
3. Белоносов В. С., Фокин М. В. Задачи вступительных экзаменов по математике в НГУ. Новосибирск, Сибирское университетское изд-во, 2007.
4. Воронин В. В., Воронина Т. А. Задачи по математике для практических занятий в физико-математической школе. – Новосибирск: РИЦ НГУ, 2016 – 424 с.
5. Болтянский В. Г., Сидоров Ю. В., Шабунин М. И. Лекции и задачи по элементарной математике. М.:Альфа, 1994, М.:Наука 1974.
6. Киселев А. П., Рыбкин Н. А. Геометрия. Планиметрия. 7-9 кл. М., Дрофа, 1995.
7. Киселев А. П. Геометрия. Стереометрия. 10-11 кл. М., Дрофа, 1995.

8. Курош А.Г. Курс высшей алгебры. М: Гос. изд-во физ.-мат. литературы. 1963.
9. Ляпунов И. Б. Варианты выпускных экзаменов по математике СУНЦ НГУ за 2019 год: метод. пособие. – Новосибирск, ИПЦ НГУ, 2019. – 52 с.
10. Ляпунов И. Б. Варианты выпускных экзаменов по математике СУНЦ НГУ за 2020 год: метод. пособие. – Новосибирск, ИПЦ НГУ, 2020. – 76 с.
11. Ляпунов И. Б. Сборник экзаменационных задач по математике для одногодичного потока СУНЦ НГУ: учеб. пособие. – Новосибирск, ИПЦ НГУ, 2017. – 32 с.
12. Ляпунов И. Б. Экономические задачи для подготовки к ЕГЭ по математике: метод. указания. 2-е изд., испр. – Новосибирск, ИПЦ НГУ, 2019. – 28 с.
13. Савельев Л. Я. Комбинаторика. Задачи и теория. Новосибирск, СУНЦ НГУ, 2006.
14. Созоненко Р. С. Задачи и теоремы по планиметрии. Новосибирск, Изд-во Ин-та математики СО РАН, 1998.
15. Хухро Е. И. Непрерывные функции действительного переменного. Методическое указания к курсу математики. Новосибирск: НГУ, 1990.
16. Шарыгин И.Ф. Факультативный курс по математике. 10 кл. М., Просвещение, 1991. – 372 с.
17. Шарыгин И. Ф. Факультативный курс по математике. 11 кл. М., Просвещение, 1991 – 384 с.

ЦИФРОВЫЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ РЕСУРСЫ И РЕСУРСЫ СЕТИ ИНТЕРНЕТ

1. <http://www.fipi.ru/> - Федеральный институт педагогических измерений;
2. <http://www.proshkolu.ru/> - Бесплатный школьный портал. Все школы России.
3. <http://sdamgia.ru/> - образовательный портал для подготовки к экзаменам.
4. <http://www.terver.ru/> - Школьная математика. Справочник;
5. <http://egeigia.ru/> - ЕГЭ и ОГЭ. Информационный образовательный портал. Подготовка к экзаменам.
6. <http://www.school-collection.edu.ru> — единая коллекция цифровых образовательных ресурсов.
7. <http://www.ege.edu.ru/> Единый Государственный экзамен
8. <http://www.edu.ru/> - Российский образовательный портал
9. <http://window.edu.ru/> - Единое окно доступа к образовательным ресурсам

КОНТРОЛЬНО-ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

10 класс, 1 семестр

Вариант 1.

1. Найти все такие натуральные числа m и n , что их сумма равна 322, а наименьшее общее кратное равно 2695.
2. Решить уравнение: $\operatorname{ctg}\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{4 - 4\sin 2x}$
3. В параллелограмме $ABCD$ даны стороны $AD=7$, $AD=9$ и диагональ $AC=8$. Найти расстояние между центрами окружностей, вписанных в треугольники ABD и BCD .
4. В треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$ точка N – середина ребра AC . Точка K расположена на луче A_1B_1 , причем $A_1K = \frac{5}{3}A_1B_1$. Плоскость α проходит через точки N и K параллельно прямой AC_1 . В каком отношении плоскость α делит ребро AB ?
5. Найти $\lim_{n \rightarrow +\infty} x_n$, если $x_n = \frac{2^n(n+1)! + 3^n}{2^{n+1}n! + 5^n} \left(\sqrt[3]{1 + \frac{4}{n}} - \sqrt[3]{1 + \frac{1}{n}} \right)$

Ответы: (1). 245; 77. (2). $x = \frac{\pi}{4} + k\pi$; $x = \arcsin \frac{1}{2\sqrt{2}} - \frac{\pi}{4} + k\pi$; $k \in Z$ или

$x = \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{7}-4}{3} + k\pi$. (3). $2\sqrt{\frac{21}{5}}$. (4). 5:4 от A . (5). $\frac{1}{2}$

Вариант 2.

1. Решить уравнение: $\sqrt{\cos x + \frac{2}{3}} = \operatorname{ctg} x + \frac{1}{2} \sin x$.
2. Вычислить $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{5^n(n+1)! + 6^n}{7^n + 5^n n!} \left(\sqrt[3]{n^3 + 2n} - \sqrt[3]{n^3 - 3n} \right)$
3. В треугольнике ABC известны стороны $AB=7$, $BC=8$, $AC=9$. Найти радиус окружности, которая касается сторон AC , BC и окружности, вписанной в треугольник ABC .
4. Дана призма $ABCA_1B_1C_1$. Точка K расположена на луче A_1B_1 , при этом $A_1K = \frac{3}{2}A_1B_1$. Точка M – расположена на ребре BC и $BM = 2 \cdot MC$. Плоскость α проведена через прямую C_1M параллельно прямой AK . В каком отношении плоскость α делит ребро AC ?
5. Найти все значения параметра a , при которых существует хотя бы одно положительное решение неравенства $x^2 + 6x - 3 + |2x - a| < 0$.

Ответы: (1). $x = \arcsin \sqrt{\frac{2}{3}} + k\pi$; $k \in Z$. (2). $\frac{5}{3}$. (3). $\frac{7\sqrt{5} - 2\sqrt{30}}{5}$. (4). 7:4 от A . (5). $a \in (-3; 3)$

Вариант 3.

1. Решить уравнение: $\sqrt{4 \cos x - 2 \sin x + \cos^2 x} = \sin x - \cos x$.
2. Найти $\lim_{n \rightarrow +\infty} [n^{3/2} (3\sqrt{n+1} + \sqrt{n-7} - 4\sqrt{n-1})]$.
3. В окружность радиуса 9 вписан треугольник ABC , у которого медиана $AM=11$, а высота $AH=7$. Найти площадь треугольника ABC .
4. Основанием четырехугольной пирамиды $SABCD$ является параллелограмм $ABCD$. Точка M – середина ребра AD , а точки K и N лежат соответственно на ребрах SB и SC так, что $SK:KB=SN:NC=2:1$. Плоскость α проходит через точку K параллельно прямым BM и DN . В каком отношении плоскость α делит ребро SC ?
5. Дана правильная шестиугольная призма $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$, в которой сторона основания $AB=1$, высота равна 2. Найти угол между ребром EF и плоскостью, проходящей через точки B, D, C_1

Ответы. (1). $\arctg 2 + 2k\pi; k \in Z$. (2). -6. (3). $7\sqrt{65}$. (4). 2:7 от S .

(5). $\arcsin \frac{2}{\sqrt{17}}$

10 класс, 2 семестр

Вариант 1.

1. Решить уравнение $\log_{\sin^2 x} (2 \sin^2 x \cdot \sin 2x) = \log_{\sin x} \sqrt{3 \sin x \cdot \cos x}$.
2. Решить неравенство $\log_{\frac{x^2-1}{2}} (\sqrt{3}-1) \geq \log_{x-1} (\sqrt{3}-1)$.
3. Провести полное исследование функции $y = x \cdot \sqrt{\frac{x}{x+1}}$ и изобразить эскиз графика.
4. Окружность касается стороны АВ параллелограмма ABCD, проходит через вершины С и D, а стороны AD и BC пересекает в точках М и N соответственно. Известно, что BN=16, CN=2, AM=9. Найти длину отрезка DN.
5. В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$ сторона основания ABC равна 1, высота равна 2. Точка М – лежит на ребре AC, AM=2/3, точка N -- середина ребра BB_1 . Плоскость, проходящая через точки A, C₁, N, пересекается с прямой B_1M в точке Р. Найти расстояние от точки Р до плоскости A_1BC .

Ответы. (1). $\frac{\pi}{3} + 2k\pi; k \in Z$. (2). $(1; 3) \cup (2; +\infty)$ (3). Асимптоты $x = 1; y = x - \frac{1}{2}$ максимум при $x = -\frac{3}{2}$; вогнута при $x \in (-\infty; -1)$, выпукла при $x \in [0; +\infty)$. (4) 30. (5) $\frac{6\sqrt{3}}{7\sqrt{19}}$

Вариант 2.

1. Решить неравенство: $2\sqrt{2} \cos x + \sqrt{2 \sin^2 x + \sin 2x + 4 \cos^2 x} \geq 0$
 2. Решить уравнение: $\log_{2+x} (7x^2 + 22x + 16) = 2 + \log_{\sqrt{8+7x}} (2+x)$
 3. Исследовать функцию и изобразить эскиз ее графика: $y = \frac{x^3 + 21x - 10}{x^2}$.
 4. Точка М – середина гипотенузы АВ прямоугольного треугольника С. Серединный перпендикуляр к гипотенузе пересекает катет ВС в точке N.
(a). Доказать, что $\angle NMC = \angle CAN$.
(b). Известно, что $\operatorname{tg} \angle BAC = \frac{4}{3}$. Найти отношение радиуса окружности, описанной вокруг треугольника ANB, к радиусу окружности, описанной вокруг треугольника BMC.
 5. В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$ сторона основания ABC равна 1, высота призмы 2. Точка М – середина ребра A_1B_1 , точка N – центр грани BB_1C_1C . Найти величину проекции отрезка BC_1 на плоскость, проходящую через точки А, М и N.
-

Ответы. (1). $-\frac{3\pi}{4} + 2k\pi; \pi - \arctg 2 + 2k\pi; k \in Z$. (2). $x=4$. (3). Асимптоты $y=x$; $x=0$,

максимумы при $x=-5$; $x=1$; минимум при $x=4$; перегиб при $x = \frac{10}{7}$ (4). $5:4$. (5). $\sqrt{\frac{383}{115}}$

Вариант 3.

1. Решить неравенство : $\log_{(x-3)^2} (3x^2 - 9x) \leq 1$.
2. Провести полное исследование функции и изобразить эскиз ее графика:
$$y = \frac{x^3 - 5x^2 + 9x - 9}{(x-2)^2}.$$
3. Касательная к графику функции $y = \sqrt{x^2 - 4x + 7}$ параллельно прямой $x + 2y = 8$.
Найти площадь треугольника, ограниченного этой касательной и координатными осями.
4. Основанием треугольной пирамиды $SABC$ является правильный треугольник ABC со стороной 2. Боковое ребро SA перпендикулярно плоскости основания и имеет длину $2\sqrt{3}$. Секущая плоскость проходит через ребро AB и делит пополам двугранный угол при этом ребре. Найти площадь сечения.
5. В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ даны длины ребер $AB=AD=2$. Точка M – середина ребра $B_1 C_1$, точка N – середина ребра BB_1 . Известно, что синус угла между прямой DM и гранью $CC_1 D_1 D$ равен $\frac{1}{3}$. Найти расстояние между прямыми AM и DN .

Ответы. (1). $x \in [\frac{3}{2}; 0) \cup (2; 3)$. (2). Асимптоты $x=2$; $y=x-1$; максимум при $x=0$, перегиб при $x=11$. (3). $25/4$. (4). $\frac{2}{3}\sqrt{6}$. (5). $\frac{4}{\sqrt{65}}$

11 класс, 1 семестр

Вариант 1

1. Решить уравнение: $\arcsin x + \arcsin 2x = \frac{2\pi}{3}$.
2. Решить неравенство: $2\log_{2x-12}(\sqrt{x+1} - \sqrt{9-x}) < 1$
3. Ребро куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ равно 2. Найти радиус сферы, касающейся ребер BA , BB_1 , BC и прямой DA_1 .
4. Плоская фигура ограничена линиями $y = \frac{5-x}{x-2}$; $y = 0$; $2x = 3y$. Найти объем тела, полученного вращением этой фигуры вокруг оси Ox .
5. Найти все значения параметра a , при каждом из которых уравнение $\cos 2x + (6a + 6)\cos x + 4a^2 + 1 = 0$

имеет ровно одно решение на отрезке $x \in [-\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}]$.

Ответы. (1). $1/2$. (2). $(6; \frac{13}{2}) \cup (7; 8)$. (3). $4\sqrt{2} - 2\sqrt{5}$. (4). $12\pi - 6\pi \ln 3$. (5). $a=2$

Вариант 2

1. Решить уравнение: $\operatorname{arctg} x + \operatorname{arctg}(2x+3) = \frac{\pi}{4}$.
2. Найти все комплексные числа z , удовлетворяющие уравнению:
 $(z+1)^3 + 27(z-1)^3 = 0$.
3. Найти площадь фигуры, ограниченной графиком функции $y = \arcsin x$ и хордой этого графика, проведенной между точками с абсциссами $x_1 = 1/2$ и $x_2 = 1$.
4. В параллелограмме $ABCD$ точка K -- середина стороны BC , а точка N расположена на стороне AD так, что $AN : AD = 4 : 5$. Окружность радиуса 5 касается стороны BC в точке K , проходит через точки D и N , и ее центр лежит на диагонали BD . Найти площадь параллелограмма $ABCD$.
5. Сторона основания ABC правильной треугольной призмы $ABCA_1 B_1 C_1$ равна 1, высота призмы равна $\sqrt{3}$. Сфера касается граней ABC , $AA_1 B_1 B$ и $AA_1 C_1 C$, а также касается прямой BC_1 . Найти радиус сферы.

Ответы. (1). $\frac{-3+\sqrt{5}}{2}$. (2). $\frac{1}{2}; \frac{8 \pm i \cdot 3\sqrt{3}}{7}$. (3). $\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\pi}{4}$. (4). $120\sqrt{6}$. (5). $\frac{5\sqrt{3}}{26}$

Вариант 3

1. Решить уравнение: $\sin\left(\frac{\pi}{2} \cos 2x\right) = \cos(2\pi \sin x)$.
2. Найти все комплексные числа z , удовлетворяющие уравнению:
 $(-3 + 4i)z^2 + |z| = 0$.
3. Равнобедренная трапеция $ABCD$ с периметром 12 описана вокруг окружности с центром в точке O . Найти площадь трапеции, если известно, что $AO = 2$.
4. В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$ сторона основания равна $2\sqrt{3}$, высота равна 6. Сфера касается плоскостей граней ABC , AA_1B_1B и BB_1C_1C , а также прямой AC_1 . Найти радиус сферы.
5. Плоская фигура ограничена осью абсцисс и графиком функции $y = x \cdot \sin x$; $x \in [0; \pi]$. Найти объем тела, полученного вращением этой фигуры вокруг оси Ox .

Ответы. (1). $k\pi; \pm \arcsin(\sqrt{3}-1) + k\pi; k \in Z$ (2). $0; \pm \frac{2+i}{5\sqrt{5}}$. (3). $4\sqrt{5}$.

(4). $\frac{\sqrt{3}}{2}$ или $\frac{5\sqrt{3}}{26}$. (5). $\frac{\pi^4}{6} - \frac{\pi^2}{4}$